

विषय कोड :  
Subject Code :

**121/327**

**CLASS-XI HALF-YEARLY EXAMINATION,  
DECEMBER - 2025**

कक्षा - XI अर्द्धवार्षिक परीक्षा, दिसम्बर 2025

**MATHEMATICS (Elective)**

गणित (ऐच्छिक)

I.Sc. & I.A.

कुल प्रश्न : 80 + 25 + 8 = 113

कुल मुद्रित पृष्ठ : 40

Total Questions : 80 + 25 + 8 = 113

Total Printed Pages : 40

(समय : 3 घंटे)

(पूर्णांक : 100)

[ Time : 3 Hours ]

[ Full Marks : 100 ]

**परीक्षार्थियों के लिये निर्देश :**

1. प्रश्नों के उत्तर देने से पहले निर्देशों को ध्यानपूर्वक पढ़ लें।  
*Read the instructions carefully before answering the questions.*
2. दाहिनी ओर हाशिये पर दिये हुए आंकें पूर्णांक निर्दिष्ट करते हैं।  
*Figures in the right hand margin indicate full marks.*
3. यह प्रश्नपत्र दो खप्तों में है — खपत-अ एवं खपत-ब।  
*This question booklet is divided into two sections — Section A and Section B.*

खपत-अ में 80 वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं, जिनमें से किन्हीं 50 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है। 30 से अधिक प्रश्नों के उत्तर देने पर प्रथम 50 उत्तरों का ही मूल्यांकन किया जाएगा। प्रत्येक प्रश्न के लिए 1 अंक निर्धारित है। सही उत्तर को उपलब्ध कराये गये OMR उत्तर पत्रक में दिये गये सही

1.  $\sin 75^\circ$  का मान ज्ञात करें।

Find the value of  $\sin 75^\circ$ .

2. हल करें :  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Solve :  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

3. समीकरण  $\tan x = \sqrt{3}$  के मुख्य हल ज्ञात करें।

4. सम्मिश्र संख्या  $3(7+i7) + i(7+i7)$  को  $a+ib$  के रूप में व्यक्त करें।

Express the complex number  $3(7+i7) + i(7+i7)$  in the form  $a+ib$ .

5.  $\sqrt{5} - 3i$  का गुणात्मक प्रतिलोम ज्ञात करें।

Find the multiplicative inverse of  $\sqrt{5} - 3i$ .

6. यदि  $z_1 = 2 - i$  तथा  $z_2 = -2 + i$  तो  $z_1 + z_2$  का मापांक ज्ञात करें।

If  $z_1 = 2 - i$  and  $z_2 = -2 + i$  then find the modulus  $z_1 + z_2$ .

7. सिद्ध करें कि  $1 + i^2 + i^4 + i^6 = 0$ .

Prove that  $1 + i^2 + i^4 + i^6 = 0$ .

3. हल करें :  $3x^2 + 15 = 0$ .

9. सम्मिश्र संख्या  $(2 - 5i)^2$  की संयुग्मी ज्ञात करें।

Find the conjugate of complex number  $(2 - 5i)^2$ .

10. हल करें :  $\frac{5 - 2x}{3} \leq \frac{x}{6} - 5$ .

11. हल करें :  $5x-7 < 3x+1$  जब  $x$  पूर्णांक है।

Solve :  $5x-7 < 3x+1$  when  $x$  is an integer.

∴ यदि  $\frac{{}^n P_4}{{}^{n-1} P_4} = \frac{5}{3}$ ,  $n > 4$  तो  $n$  का मान ज्ञात करें।

If  $\frac{{}^n P_4}{{}^{n-1} P_4} = \frac{5}{3}$ ,  $n > 4$  then find the value of  $n$ .

3. यदि  ${}^n C_{10} = {}^n C_4$  तो  ${}^n C_4$  ज्ञात करें।

If  ${}^n C_{10} = {}^n C_4$  then find  ${}^n C_4$ .

14. यदि  $\frac{1}{6} + \frac{1}{7} = \frac{x}{8}$ ,  $x$  का मान ज्ञात करें।

If  $\frac{1}{6} + \frac{1}{7} = \frac{x}{8}$ , find the value of  $x$ .

How many circles

circle ?

16.  $({}^8C_6 + {}^{10}P_8)$  का मान ज्ञात करें।

Find the value of  $({}^8C_6 + {}^{10}P_8)$ .

17. ALLAHABAD शब्द के अक्षरों से बनने वाले क्रमचयों की संख्या ज्ञात करें।

Find the number of permutations of the letters of the

18. व्यंजक  $(2x-3)^5$  का प्रसार ज्ञात करें।

Find the expansion of the expression  $(2x-3)^5$ .

19.  $(x-2y)^{12}$  के विस्तार में 6 वा पद ज्ञात करें।

Find the 6th term in the expansion of  $(x-2y)^{12}$ .

20.  $\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}y\right)^{20}$  के विस्तार में मध्यपद निकालें।

Find the middle term in the expansion of  $\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}y\right)^{20}$ .

21.  $a_n = \frac{n}{n+1}$  द्वारा परिभाषित अनुक्रम का प्रथम चार पद लिखें।

Write the first four terms of the sequence defined by

$$a_n = \frac{n}{n+1}$$

25. गुणोत्तर श्रेणी  $\sqrt{7}, \sqrt{21}, 3\sqrt{7}, \dots$  के  $n$  पदों का योगफल ज्ञात करें।

Find the sum of  $n$  terms of the geometric progression

$\sqrt{7}, \sqrt{21}, 3\sqrt{7}, \dots$

**HLF/XI/11027**

26. सिद्ध करें कि  $\cos^2 x + \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$ .

Prove that  $\cos^2 x + \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$ .

27. सम्मिश्र संख्या  $-4 + i4\sqrt{3}$  को ध्रुवीय रूप में बदलें।

Convert the complex number  $-4 + i4\sqrt{3}$  into polar form.

28. द्विघात समीकरण  $x^2 + x + \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$  को हल करें।

Solve the quadratic equation  $x^2 +$

29. निम्नलिखित असमिका निकाय का हल आलेख विधि

$$5x + 4y \leq 40, \quad x \geq 2, \quad y \geq 3.$$

Graph the following system of inequations graphically

$$1. \quad \sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ)$$

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$= \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$$

$$\boxed{\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}}$$

2.  
हल:

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\sin x$  ऋणात्मक है, इसलिए कोण तीसरे और चौथे चतुर्थांश में होगा।

$$x = 240^\circ, 300^\circ$$

$$x = 240^\circ + 360^\circ n \text{ या } x = 300^\circ + 360^\circ n, \quad r$$

3.  
हल:

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$\tan x$  धनात्मक होता है पहले और तीसरे चतुर्थांश में।

मुख्य हल ( $0^\circ$  से  $360^\circ$  के बीच):

$$x = 60^\circ, 240^\circ$$

5. गुणात्मक प्रतिलोम का सूत्र:

$$\frac{1}{a + ib} = \frac{a - ib}{a^2 + b^2}$$

यहाँ

$$a = \sqrt{5}, b = -3$$

संयुग्म (Conjugate):

$$\sqrt{5} + 3i$$

हर (Denominator):

$$(\sqrt{5})^2 + (-3)^2 = 5 + 9 = 14$$

अतः गुणात्मक प्रतिलोम:

$$\frac{\sqrt{5} + 3i}{14}$$

$$4. \quad 3(7 + 7i) = 21 + 21i$$

दूसरा पद:

$$i(7 + 7i) = 7i + 7i^2$$

लेकिन  $i^2 = -1$ , इसलिए

$$7i^2 = -7$$

तो,

$$i(7 + 7i) = -7 + 7i$$

अब दोनों को जोड़ें:

$$\begin{aligned} & (21 + 21i) + (-7 + 7i) \\ &= (21 - 7) + (21i + 7i) \\ &= 14 + 28i \end{aligned}$$

**6:**

यदि  $z_1 = 2 - i$  तथा  $z_2 = -2 + i$  तो  $z_1 + z_2$  का मापांक (Modulus) ज्ञात करें।

**हल:**

पहले  $z_1 + z_2$  ज्ञात करें:

$$\begin{aligned}z_1 + z_2 &= (2 - i) + (-2 + i) \\ &= (2 - 2) + (-i + i) \\ &= 0 + 0i = 0\end{aligned}$$

अब मापांक:

$$|z_1 + z_2| = |0| = 0$$

**7. हल:**

हम जानते हैं:

$$i^2 = -1$$

$$i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$i^6 = i^4 \cdot i^2 = 1 \cdot (-1) = -1$$

अब सभी मान रखें:

$$1 + (-1) + 1 + (-1)$$

$$= 0$$

**अतः सिद्ध हुआ कि:**

$$\boxed{1 + i^2 + i^4 + i^6 = 0}$$

8.  
हल:

$$3x^2 = -15$$

$$x^2 = -5$$

$$x = \pm\sqrt{-5}$$

$$x = \pm i\sqrt{5}$$

अंतिम उत्तर:

$$x = \pm i\sqrt{5}$$

$$11. \quad 5x - 7 < 3x + 1$$

दोनों पक्षों से  $3x$  घटाएँ:

$$5x - 3x - 7 < 1$$

$$2x - 7 < 1$$

दोनों पक्षों में 7 जोड़ें:

$$2x < 8$$

$$x < 4$$

चूँकि  $x$  पूर्णांक है, इसलिए

$$x = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

अंतिम उत्तर:

$$\boxed{x < 4, x \in \mathbb{Z}}$$

12. Permutation का सूत्र:

$${}^n P_4 = \frac{n!}{(n-4)!}$$

$${}^{n-1} P_4 = \frac{(n-1)!}{(n-5)!}$$

अब अनुपात लें:

$$\begin{aligned} \frac{{}^n P_4}{{}^{n-1} P_4} &= \frac{\frac{n!}{(n-4)!}}{\frac{(n-1)!}{(n-5)!}} \\ &= \frac{n!}{(n-4)!} \times \frac{(n-5)!}{(n-1)!} \\ &= \frac{n}{n-4} \end{aligned}$$

दिया है:

$$\frac{n}{n-4} = \frac{5}{3}$$

क्रॉस गुणा करें:

$$3n = 5(n-4)$$

$$3n = 5n - 20$$

$$2n = 20$$

$$n = 10$$

अंतिम उत्तर:

$$\boxed{n = 10}$$

18.  
द्विपद प्रमेय के अनुसार:

$$(a + b)^n = \sum \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

यहाँ

$$a = 2x, \quad b = -3, \quad n = 5$$

$$(2x - 3)^5$$

अब पद लिखते हैं:

$$= \binom{5}{0} (2x)^5 + \binom{5}{1} (2x)^4 (-3) + \binom{5}{2} (2x)$$

$$+ \binom{5}{3} (2x)^2 (-3)^3 + \binom{5}{4} (2x) (-3)^4 + \binom{5}{5}$$

अब मान निकालें:

$$= 32x^5 - 240x^4 + 720x^3 - 1080x^2 + 810x - 243$$

**अंतिम उत्तर:**

$$(2x - 3)^5 = 32x^5 - 240x^4 + 720x^3 - 1080x^2 + 810x - 243$$

19. सामान्य पद का सूत्र:

$$T_{r+1} = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

यहाँ

$$n = 12, \quad a = x, \quad b = -2y$$

6वाँ पद  $\Rightarrow$

$$r + 1 = 6 \Rightarrow r = 5$$

$$T_6 = \binom{12}{5} x^{12-5} (-2y)^5$$

$$= 792 \cdot x^7 \cdot (-32y^5)$$

$$= -25344x^7y^5$$

## प्रश्न 26:

सिद्ध करें कि

$$\cos^2 x + \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$$

हल:

पहचान का प्रयोग करें:

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

अब,

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 \left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1 + \cos \left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)}{2}$$

$$\cos^2 \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1 + \cos \left(2x - \frac{2\pi}{3}\right)}{2}$$

तीनों को जोड़ें:

$$= \frac{1}{2} \left[ 3 + \cos 2x + \cos \left(2x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos \left(2x - \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

ज्ञात है:

$$\cos A + \cos(A + B) + \cos(A - B) = 0 \quad \text{जब } B = \frac{2\pi}{3}$$

अतः,

$$= \frac{1}{2}(3) = \frac{3}{2}$$

सिद्ध हुआ:

$$\boxed{\cos^2 x + \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}}$$

**प्रश्न 27:**

सम्मिश्र संख्या  $-4 + i4\sqrt{3}$  को ध्रुवीय रूप में बदलें।

हल:

दिया है:

$$z = -4 + i4\sqrt{3}$$

मापांक (r):

$$r = \sqrt{(-4)^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{16 + 48} = \sqrt{64} = 8$$

आर्गुमेंट ( $\theta$ ):

$$\tan \theta = \frac{4\sqrt{3}}{-4} = -\sqrt{3}$$

संख्या द्वितीय चतुर्थांश में है,

$$\theta = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$$

ध्रुवीय रूप:

$$z = 8 \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$$

## प्रश्न 28:

द्विघात समीकरण हल करें:

$$x^2 + x + \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

हल:

यहाँ

$$a = 1, b = 1, c = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

विवर्तक (D):

$$D = b^2 - 4ac = 1 - \frac{4}{\sqrt{2}} = 1 - 2\sqrt{2}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 2\sqrt{2}}}{2}$$