$10 \times 2 = 20$

1. यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म की सहायता से 867 तथा 255 का म०स० ज्ञात करें।

   Using Euclid's division algorithm find the HCF of 867 and 255.

2. सिद्ध करें कि $\sqrt{3}+2$ एक अपरिमेय संख्या है।

3. सबसे छोटी अभाज्य संख्या तथा सबसे छोटी यौगिक संख्या का म०स० ज्ञात करें।

Find the HCF of the smallest prime number and the smallest composite number.

4. 2431 को इसके अभाज्य गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में व्यक्त करें।

Express 2431 as a product of its prime factors.

5. यदि $x = 0 \cdot 2\dot{5}\dot{4}$ तो इसे भिन्न के सरलतम रूप में व्यक्त करें।

simplest form.

6. यदि α तथा β बहुपद $2x^2+7x+5$ के शून्यक हैं तो $\alpha + \beta + \alpha\beta$ का मान निकालें।

then find the value of $\alpha + \beta + \alpha\beta$.

7. एक बहुपद को ज्ञात करें जिनके शून्यक 3 तथा – 2 हैं।

Find a polynomial whose zeros are 3 and – 2.

8. द्विघात समीकरण $9x^2+7x-2=0$ का विवेचक ज्ञात करें तथा मूलों की प्रकृति लिखें।

9. एक द्विघात समीकरण लिखें जिसके मूल – 9 तथा 4 हैं।

Write a quadratic equation whose roots are – 9 and 4.

10. यदि दो प्राकृत संख्याओं का योग 27 है तथा उनका गुणनफल 182 तो उन

product is 182, then express

equations.

11. बिन्दुओं $(a + b, \ a - b)$ तथा $(a - b, a + b)$ के बीच की दूरी ज्ञात करें।

Find the distance between the points $(a + b, \ a - b)$ and

1. यहाँ $867 > 255$ है। 867 और 255 पर यूक्लिड प्रमेयिका का प्रयोग कर म० स० प्राप्त करते हैं।

$$867 = 255 \times 3 + 102$$

क्योंकि शेषफल $102 \neq 0$ है, इसलिए हम 255 और 102 के लिए यूक्लिड प्रमेयिका का प्रयोग करके निम्नलिखित प्राप्त करते हैं–

$$255 = 102 \times 2 = 51$$

अब हम नए भाजक 102 और नए शेषफल 51 पर यूक्लिड प्रमेयिका का प्रयोग करके प्राप्त करते हैं।

$$102 = 51 \times 2 + 0$$

यहाँ शेषफल 0 प्राप्त हो गया। इसलिए प्रक्रिया यहाँ समाप्त हो जाती है। इस स्थिति में भाजक 51 है। अतः 867 और 255 का म० स० 51 होगा।

प्रश्नः 2.

सिद्ध करें कि $\sqrt{3}+2$ एक अपरिमेय संख्या है।

हल:

मान लीजिए कि $\sqrt{3}+2$ एक **परिमेय संख्या** है।

अतः, हम इसे a/b के रूप में लिख सकते हैं, जहाँ a और b सह-अभाज्य पूर्णांक (co-prime integers) हैं और $b \neq 0$ है।

$$\sqrt{3}+2=\frac{a}{b}$$

अब, 2 का पक्ष बदलने पर:

$$\sqrt{3}=\frac{a}{b}-2$$

$$\sqrt{3}=\frac{a-2b}{b}$$

चूँकि a और b पूर्णांक हैं, इसलिए $\frac{a-2b}{b}$ एक **परिमेय संख्या** होगी।

लेकिन हम जानते हैं कि $\sqrt{3}$ एक **अपरिमेय संख्या** है।
एक अपरिमेय संख्या कभी भी परिमेय संख्या के बराबर नहीं हो सकती। यह विरोधाभास हमारी गलत कल्पना के कारण हुआ है कि $\sqrt{3}+2$ एक परिमेय संख्या है।

निष्कर्ष: अतः, यह सिद्ध होता है कि $\sqrt{3}+2$ एक **अपरिमेय संख्या** है।

3.

1. **सबसे छोटी अभाज्य संख्या (Smallest Prime Number):** 2
(अभाज्य संख्या वह होती है जिसके केवल दो गुणनखंड होते हैं: 1 और वह स्वयं)
2. **सबसे छोटी यौगिक संख्या (Smallest Composite Number):** 4
(यौगिक या भाज्य संख्या वह होती है जिसके दो से अधिक गुणनखंड होते हैं)

अब हमें **2** और **4** का **म०स० (HCF)** ज्ञात करना है:

- **2** के गुणनखंड: 1, **2**
- **4** के गुणनखंड: 1, **2**, 4

यहाँ सबसे बड़ा सामान्य गुणनखंड (Highest Common Factor) **2** है।

उत्तर: सबसे छोटी अभाज्य संख्या और सबसे छोटी यौगिक संख्या का म०स० **2** है।

प्रश्न 4. 2431 को इसके अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त करें।

हल:
दी गई संख्या **2431** का अभाज्य गुणनखंडन (Prime Factorization) करने के लिए हम इसे छोटी से
अभाज्य संख्याओं (Primes) से विभाजित करेंगे:

1. सबसे पहले जांचते हैं: यह संख्या 2, 3, 5, और 7 से पूरी तरह विभाजित नहीं होती है।
2. इसे **11** से विभाजित करने पर:

$$\frac{2431}{11} = 221$$

3. अब प्राप्त संख्या 221 को **13** से विभाजित करने पर:

$$\frac{221}{13} = 17$$

4. चूँकि **17** स्वयं एक अभाज्य संख्या है, यह केवल 17 से ही विभाजित होगी:

$$\frac{17}{17} = 1$$

उत्तर:
2431 को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में इस प्रकार लिखा जा सकता है:

$$\mathbf{2431 = 11 \times 13 \times 17}$$

प्रश्न 5. यदि $x = 0.\overline{254}$ तो इसे भिन्न के सरलतम रूप में व्यक्त करें।

(नोट: यहाँ संख्या आवर्ती (recurring) मानी गई है।)

हल:

1. माना $x = 0.254254254...$ ------- (समीकरण 1)
2. दोनों तरफ 1000 से गुणा करने पर:
   $1000x = 254.254254...$ ------- (समीकरण 2)
3. समीकरण 2 में से समीकरण 1 को घटाने पर:
   $1000x - x = 254.254... - 0.254...$
   $999x = 254$
   $x = \frac{254}{999}$

(यदि यह साधारण दशमलव 0.254 है, तो: $\frac{254}{1000} = \frac{127}{500}$)

उत्तर: $\mathbf{\frac{254}{999}}$ (या $\mathbf{\frac{127}{500}}$)

प्रश्न 6. यदि α तथा β बहुपद $2x^2 + 7x + 5$ के शून्यक हैं, तो $\alpha + \beta + \alpha\beta$ का म निकालें।

हल:
दिए गए बहुपद $2x^2 + 7x + 5$ में: $a = 2, b = 7, c = 5$

- शून्यकों का योग $(\alpha + \beta)$ = $-\frac{b}{a} = -\frac{7}{2}$
- शून्यकों का गुणनफल $(\alpha\beta)$ = $\frac{c}{a} = \frac{5}{2}$

अब मान ज्ञात करना है: $\alpha + \beta + \alpha\beta$

$$\alpha + \beta + \alpha\beta = -\frac{7}{2} + \frac{5}{2} = \frac{-7 + 5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

उत्तर: -1

प्रश्न 7. एक बहुपद को ज्ञात करें जिसके शून्यक 3 तथा –2 हैं।

हल:
मान लीजिए शून्यक $\alpha = 3$ और $\beta = -2$ हैं।

- शून्यकों का योग $(\alpha + \beta)$ = $3 + (-2) = 1$
- शून्यकों का गुणनफल $(\alpha\beta)$ = $3 \times (-2) = -6$

द्विघात बहुपद का सूत्र: $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$
मान रखने पर: $x^2 - (1)x + (-6) = x^2 - x - 6$

उत्तर: $\mathbf{x^2 - x - 6}$

प्रश्न 8. द्विघात समीकरण $9x^2 + 7x - 2 = 0$ का विवेचक (Dis
तथा मूलों की प्रकृति लिखें।

हल:
यहाँ $a = 9, b = 7, c = -2$ है।

- विवेचक (D) का सूत्र: $D = b^2 - 4ac$

$$D = (7)^2 - 4 \times 9 \times (-2)$$

$$D = 49 + 72 = 121$$

चूँकि $D > 0$ (धनात्मक) है, इसलिए मूल **वास्तविक और असमान (भिन्न)** होंगे।

प्रश्न 9. एक द्विघात समीकरण लिखें जिसके मूल –9 तथा 4 हैं।

हल:
मान लीजिए मूल $\alpha = -9$ और $\beta = 4$ हैं।

- मूलों का योग $(\alpha + \beta)$ = $-9 + 4 = -5$
- मूलों का गुणनफल $(\alpha\beta)$ = $-9 \times 4 = -36$

द्विघात समीकरण का सूत्र: $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

$$x^2 - (-5)x + (-36) = 0 \implies x^2 + 5x - 36 = 0$$

उत्तर: $\mathbf{x^2 + 5x - 36 = 0}$

प्रश्न 10. यदि दो प्राकृत संख्याओं का योग 27 है तथा उनका गुणनफल 182 है, तो समीकरण लिखें।

हल:

1. माना पहली संख्या $= x$
2. दूसरी संख्या $= 27 - x$ (क्योंकि योग 27 है)
3. उनका गुणनफल $= 182$

$$x(27 - x) = 182$$

$$27x - x^2 = 182$$

$$x^2 - 27x + 182 = 0$$

उत्तर: अभीष्ट समीकरण $\mathbf{x^2 - 27x + 182 = 0}$ है।

प्रश्न 11. बिन्दुओं $(a + b, a - b)$ तथा $(a - b, a + b)$ के बीच की दूरी ज्ञात करें।

हल:
दूरी सूत्र (Distance Formula): $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
यहाँ: $x_1 = a + b, y_1 = a - b$ और $x_2 = a - b, y_2 = a + b$

1. मान रखने पर:

$$d = \sqrt{[(a - b) - (a + b)]^2 + [(a + b) - (a - b)]^2}$$

2. कोष्ठक खोलने पर:

$$d = \sqrt{[a - b - a - b]^2 + [a + b - a + b]^2}$$

$$d = \sqrt{[-2b]^2 + [2b]^2}$$

3. वर्ग करने पर:

$$d = \sqrt{4b^2 + 4b^2} = \sqrt{8b^2}$$

$$d = 2\sqrt{2}\, b$$

उत्तर: $2\sqrt{2}$ b