विषय कोड :
Subject Code : 110

CLASS-X HALF-YEARLY EXAMINATION, SEPTEMBER - 2026

कक्षा - X अर्द्धवार्षिक परीक्षा, सितम्बर - 2026

MATHEMATICS (COMPULSORY)

गणित (अनिवार्य)

कुल प्रश्न : 80 + 25 + 8 = 113 — कुल मुद्रित पृष्ठ : 24

Total Questions : 80 + 25 + 8 = 113 — **Total Printed Pages : 24**

(समय : 3 घंटे 15 मिनट) — (पूर्णांक : 100)

[Time : 3 Hours 15 Minutes] — [Full Marks : 100]

परीक्षार्थियों के लिये निर्देश :

1. ***प्रश्नों के उत्तर देने से पहले निर्देशों को ध्यानपूर्वक पढ़ लें।***
2. *परीक्षार्थी यथासंभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें।*
3. *दाहिनी ओर हाशिये पर दिये हुए अंक पूर्णांक निर्दिष्ट करते हैं।*
4. *प्रश्नों को ध्यानपूर्वक पढ़ने के लिए परीक्षार्थियों को 15 मिनट का अतिरिक्त समय दिया गया है।*
5. *यह प्रश्न पुस्तिका दो खण्डों में है — **खण्ड-अ** एवं **खण्ड-ब**।*
6. ***खण्ड-अ में 80 वस्तुनिष्ठ** प्रश्न हैं, जिनमें से **किन्हीं 50 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है।** पचास से अधिक प्रश्नों के उत्तर देने पर प्रथम 50 उत्तरों का ही मूल्यांकन किया जाएगा। प्रत्येक प्रश्न के लिए **1** अंक*

MATHEMATICS (COMPULSORY)

अति लघु उत्तरीय प्रश्न (Very Short Answer Type)

Q1. दो संख्याओं का म०स० 23 है तथा उनका ल०स० 1449 है। यदि उनमें से एक संख्या 161 हो तो दूसरी संख्या ज्ञात करें।

- **हल:** सूत्र: म०स० × ल०स० = पहली संख्या × दूसरी संख्या
- $23 \times 1449 = 161 \times$ दूसरी संख्या
- दूसरी संख्या = $\frac{23 \times 1449}{161} = \frac{1449}{7} = \mathbf{207}$

Q2. 0.25 को भिन्न के सरलतम रूप में व्यक्त करें।

- **हल:** $0.25 = \frac{25}{100} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$

Q3. सिद्ध करें कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

- **हल:** माना $\sqrt{3} = \frac{a}{b}$ एक परिमेय संख्या है (जहाँ a, b सह-अभाज्य पूर्णांक हैं और $b \neq 0$)।
- दोनों ओर वर्ग करने पर:

  $3 = \frac{a^2}{b^2} \implies a^2 = 3b^2$ -------- (i)
- चूंकि a^2, 3 से विभाज्य है, इसलिए a भी 3 से विभाज्य होगा। माना $a = 3c$।
- a का मान (i) में रखने पर: $(3c)^2 = 3b^2$

  $\implies 9c^2 = 3b^2 \implies b^2 = 3c^2$
- चूंकि b^2, 3 से विभाज्य है, इसलिए b भी 3 से विभाज्य होगा।
- चूँकि a और b दोनों का एक उभयनिष्ठ गुणनखंड 3 है, जो हमारी कल्पना के विपरीत है। अतः $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Q4. द्विघात व्यंजक $x^2 - 2x - 8$ के शून्यक ज्ञात करें।

- **हल:** $x^2 - 2x - 8 = 0 \Longrightarrow x^2 - 4x + 2x - 8 = 0$
- $x(x-4) + 2(x-4) = 0 \Longrightarrow (x-4)(x+2) = 0$
- $x = 4$ या $x = -2$
- **उत्तर:** शून्यक = **4** तथा **−2**

Q5. शेषफल ज्ञात करें यदि भाज्य = $5x^3 - 13x^2 + 21x - 14$ तथा भाजक = $x^2 - 2x + 3$ हो।

- **हल:** भाग देने पर:
    - पहले पद के लिए $5x$ से गुणा करेंगे: $5x(x^2 - 2x + 3) = 5x^3 - 10x^2 + 15x$
    - घटाने पर शेष बचेगा: $-3x^2 + 6x - 14$
    - अगले पद के लिए -3 से गुणा करेंगे: $-3(x^2 - 2x + 3) = -3x^2 + 6x - 9$
    - घटाने पर अंतिम शेषफल: $-14 - (-9) = \mathbf{-5}$

Q6. हल करें: $x - y = 3$ तथा $2x + 3y = 36$

- **हल:** पहले समीकरण से $x = y + 3$, इसे दूसरे समीकरण में रखने पर:
- $2(y+3) + 3y = 36 \implies 2y + 6 + 3y = 36 \implies 5y = 30 \implies y = 6$
- $x = 6 + 3 = 9$
- **उत्तर: $\mathbf{x = 9, y = 6}$**

Q7. यदि दो संख्याओं का योगफल तथा अंतर क्रमशः 19 तथा 7 हों तो उन संख्याओं को ज्ञात करें।

- **हल:** माना संख्याएँ x और y हैं।
- समीकरण: $x + y = 19$ तथा $x - y = 7$
- दोनों को जोड़ने पर: $2x = 26 \implies x = 13$
- मान रखने पर: $13 + y = 19 \implies y = 6$
- **उत्तर:** संख्याएँ **13** और **6** हैं।

Q8. द्विघात समीकरण $4x^2 - 12x + 9 = 0$ के विवेचक ज्ञात करें।

- **हल:** यहाँ $a = 4, b = -12, c = 9$
- विवेचक $(D) = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4(4)(9) = 144 - 144 = \mathbf{0}$

Q9. द्विघात समीकरण ज्ञात करें जिसके मूल -3 तथा -4 हैं।

- **हल:** मूलों का योग $(S) = -3 + (-4) = -7$
- मूलों का गुणनफल $(P) = (-3) \times (-4) = 12$
- समीकरण सूत्र: $x^2 - Sx + P = 0 \implies x^2 - (-7)x + 12 = 0 \implies \mathbf{x^2 + 7x + 12 = 0}$

Q10. द्विघात समीकरण $x^2 - 18x + 77 = 0$ के मूलों की प्रकृति ज्ञात करें।

- **हल:** यहाँ $a = 1, b = -18, c = 77$
- विवेचक $(D) = b^2 - 4ac = (-18)^2 - 4(1)(77) = 324 - 308 = \mathbf{16}$
- चूँकि $D > 0$ (धनात्मक है), इसलिए मूल **वास्तविक और असमान (भिन्न)** हैं।

Q11. अनुक्रम $9, 15, 21, 27, \ldots$ का 13वाँ पद ज्ञात करें।

- **हल:** प्रथम पद $a = 9$, सार्वअंतर $d = 15 - 9 = 6$, पद संख्या $n = 13$
- सूत्र: $a_{13} = a + (13 - 1)d$
- $a_{13} = 9 + 12 \times 6 = 9 + 72 = \mathbf{81}$

Q12. बिन्दुओं $(7, -4)$ तथा $(-5, 1)$ के बीच की दूरी निकालें।

- **हल:** दूरी सूत्र $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- $= \sqrt{(-5 - 7)^2 + (1 - (-4))^2}$
  $= \sqrt{(-12)^2 + (5)^2}$
- $= \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = \mathbf{13}$ मात्रक

Q13. उस बिन्दु की कोटि (ordinate) निकालें जो बिन्दुओं $(-5, 11)$ तथा $(4, 7)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को $7: 2$ के अनुपात में विभक्त करती है।

- **हल:** कोटि का मतलब केवल y-निर्देशांक होता है।
- सूत्र: $y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$
- $y = \frac{7(7)+2(11)}{7+2} = \frac{49+22}{9} = \mathbf{\frac{71}{9}}$

Q14. दो त्रिभुज के समरूप होने के आवश्यक एवं पर्याप्त शर्त को लिखें।

- **हल:** आवश्यक शर्तें:

  1. दोनों त्रिभुजों के सभी **संगत कोण बराबर** होने चाहिए।
  2. उनकी सभी **संगत भुजाएँ समानुपाती** (एक ही अनुपात में) होनी चाहिए।

Q15. यदि दो त्रिभुज समान कोणिक हों तो सिद्ध करें कि संगत भुजाओं का अनुपात संगत ऊँचाई के अनुपात के बराबर होता है।

- **हल:** माना $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ है, जिसमें ऊँचाइयाँ क्रमशः AP और DQ हैं।

- समानकोणिक होने के कारण, $\angle B = \angle E$

- अब, समकोण $\triangle ABP$ और $\triangle DEQ$ में: $\angle B = \angle E$ तथा $\angle APB = \angle DQE = 90^\circ$

- AA समरूपता कसौटी से, $\triangle ABP \sim \triangle DEQ$

- अतः, संगत भुजाओं और ऊँचाइयों का अनुपात: $\frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{DE}} = \frac{\mathbf{AP}}{\mathbf{DQ}}$ (सिद्ध हुआ)।

Q19. $\sec\theta$ के रूप में $\csc\theta$ तथा $\cot\theta$ का मान ज्ञात करें।

- **हल:**

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2\theta}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{\sec^2\theta}}}$$

  - $= \frac{\sec\theta}{\sqrt{\sec^2\theta - 1}}$

  - $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{1}{\sqrt{\sec^2\theta - 1}}$

Q20. 3 सेमी त्रिज्या वाले अर्द्धगोले का आयतन ज्ञात करें।

- **हल:** अर्द्धगोले का आयतन = $\frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 3 = \frac{396}{7}$

- $=$ **56.57** सेमी^{3}

(या 18π सेमी^{3})

Q21. यदि 5 पदों $x, x+2, x+4, x+6$ तथा $x+8$ का माध्य 11 हो तो x का मान ज्ञात करें।

- **हल:** माध्य $= \frac{\text{पदों का कुल योग}}{\text{पदों की कुल संख्या}}$

- $11 = \frac{x+(x+2)+(x+4)+(x+6)+(x+8)}{5}$

$11 = \frac{5x+20}{5} \implies 55 = 5x + 20 \implies 5x$

- $= 35 \implies \mathbf{x = 7}$

Section B | Long Answer (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Q26. द्विघात समीकरण $2x^2 - 5x + 3 = 0$ को पूर्ण वर्ग बनाकर हल करें और इसे सत्यापित करें।

- **हल:**

1. समीकरण को 2 से भाग देने पर:

   $$x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

2. पूर्ण वर्ग बनाने पर:

   $$\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 + \frac{3}{2} = 0$$

   $$\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{16} + \frac{24}{16} = 0 \Longrightarrow \left(x\right.$$

3. $$\left. - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

4. वर्गमूल लेने पर: $x - \frac{5}{4} = \pm \frac{1}{4}$

   - (+) चिन्ह लेने पर:
     $x = \frac{1}{4} + \frac{5}{4} = \frac{6}{4} = \mathbf{\frac{3}{2}}$
   - (-) चिन्ह लेने पर:
     $x = -\frac{1}{4} + \frac{5}{4} = \frac{4}{4} = \mathbf{1}$

- **सत्यापन:** $x = 1$ रखने पर: $2(1)^2 - 5(1) + 3 = 2 - 5 + 3 = 0$ (सत्य है)।

Q27. एक मोटर बोट जिसकी स्थिर जल में चाल 18 किमी/घंटा है, 24 किमी धारा के प्रतिकूल जाने में वही दूरी धारा के अनुकूल जाने की अपेक्षा 1 घंटा अधिक लेती है, तो धारा की चाल ज्ञात करें।

Q27. एक मोटर बोट जिसकी स्थिर जल में चाल 18 किमी/घंटा है, 24 किमी धारा के प्रतिकूल जाने में वही दूरी धारा के अनुकूल जाने की अपेक्षा 1 घंटा अधिक लेती है, तो धारा की चाल ज्ञात करें।

- **हल:** माना धारा की चाल = υ किमी/घंटा।
- धारा के अनुकूल चाल = $(18+\upsilon)$ किमी/घंटा, प्रतिकूल चाल = $(18-\upsilon)$ किमी/घंटा।
- समयानुसार समीकरण: $\frac{24}{18-\upsilon} - \frac{24}{18+\upsilon} = 1$

  $24\left[\frac{(18+\upsilon)-(18-\upsilon)}{(18-\upsilon)(18+\upsilon)}\right] = 1 \implies 24$
- $\left[\frac{2\upsilon}{324-\upsilon^2}\right] = 1$
- $48\upsilon = 324 - \upsilon^2 \implies \upsilon^2 + 48\upsilon - 324 = 0$
- गुणनखंड करने पर: $(\upsilon + 54)(\upsilon - 6) = 0$
- चूँकि चाल ऋणात्मक नहीं हो सकती, इसलिए $\upsilon = 6$
- **उत्तर:** धारा की चाल = **6 किमी/घंटा**

Q28. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल तथा परिमाप ज्ञात करें जिसके शीर्षों के निर्देशांक क्रमशः $(0, 0)$, $(0, 12)$ तथा $(35, 0)$ हैं।

- **हल:** यह एक समकोण त्रिभुज है जिसका आधार 35 मात्रक और ऊँचाई 12 मात्रक है।

- **क्षेत्रफल** = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} = \frac{1}{2} \times 35 \times 12$ $= \mathbf{210}$ वर्ग मात्रक

- कर्ण की लंबाई = $\sqrt{35^2 + 12^2}$ $= \sqrt{1225 + 144} = \sqrt{1369} = 37$ मात्रक

- **परिमाप** = $35 + 12 + 37 = \mathbf{84}$ मात्रक

Q29. सिद्ध करें कि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

- **हल:** माना $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ है। हमें सिद्ध करना है: $\frac{\text{ar}(ABC)}{\text{ar}(PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ} \right)^2$
- **रचना:** शीर्षलंब $AM \perp BC$ तथा $PN \perp QR$ खींचें।
- $\frac{\text{ar}(ABC)}{\text{ar}(PQR)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times QR \times PN} = \left(\frac{BC}{QR} \right) \times \left(\frac{AM}{PN} \right)$ ------ (i)
- $\triangle ABM$ और $\triangle PQN$ में, $\angle B = \angle Q$ और $\angle M = \angle N = 90° \implies \triangle ABM \sim \triangle PQN$
- इसलिए, $\frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ}$ ------ (ii)
- चूंकि $\triangle ABC \sim \triangle PQR \implies \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$ ------ (iii)
- (i), (ii) और (iii) से:

  $\frac{\text{ar}(ABC)}{\text{ar}(PQR)} = \frac{AB}{PQ} \times \frac{AB}{PQ} = \left(\frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{PQ}} \right)^{\mathbf{2}}$ (सिद्ध हुआ)।

Q32. यदि नीचे दी गई बारंवारता वितरण सारणी की माध्यिका 28.5 हो तो x तथा y के मान ज्ञात करें: (कुल बारंवारता = 60)

- **हल:** माध्यिका 28.5 वर्ग अंतराल $20 - 30$ में आती है। अतः माध्यिका वर्ग = 20 – 30।
- यहाँ $L = 20, f = 20, cf = 5 + x, h = 10,$ $N/2 = 30$
- सूत्र: माध्यिका $= L + \left[\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right] \times h$

$28.5 = 20 + \left[\frac{30-(5+x)}{20} \right] \times 10 \implies 8.5$
- $= \frac{25-x}{2} \implies 17 = 25 - x \implies \mathbf{x = 8}$
- कुल योग से: $5 + x + 20 + 15 + y + 5 = 60$ $\implies 45 + 8 + y = 60 \implies \mathbf{y = 7}$

Q33. पीने का एक गिलास शंकु के छिन्नक (Frustum) के आकार का है जिसकी ऊँचाई 14 सेमी है। दोनों वृत्तीय सिरों के व्यास 4 सेमी तथा 2 सेमी हैं। इस गिलास की धारिता (आयतन) ज्ञात करें।

- **हल:** यहाँ $h = 14$ सेमी, ऊपरी त्रिज्या $R = 4/2 = 2$ सेमी, निचली त्रिज्या $r = 2/2 = 1$ सेमी।

- छिन्नक का आयतन = $\frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr)$

- $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times (2^2 + 1^2 + 2 \times 1)$

  $= \frac{44}{3} \times (4 + 1 + 2) = \frac{44 \times 7}{3} = \frac{308}{3}$
- $= \mathbf{102.67}$ **सेमी^{3}**